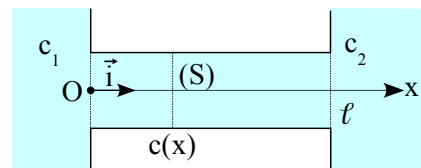


DIFFUSION

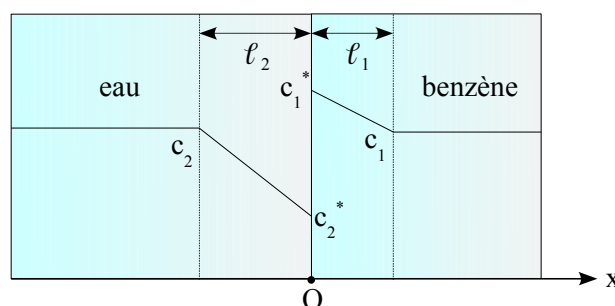
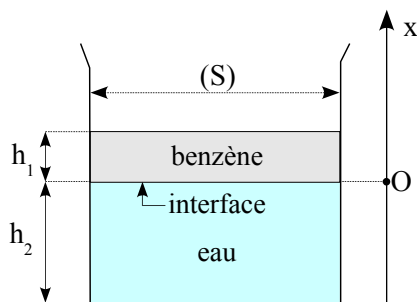
- A)** Un tube cylindrique, de longueur ℓ , de section d'aire S , contient une espèce chimique en solution, dont le coefficient de diffusion D est donné en $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ et dont la concentration molaire volumique en régime permanent $c(x)$ ne dépend que de l'abscisse x le long de l'axe du cylindre.

Les concentrations aux extrémités sont imposées: $c(0) = c_1$; $c(\ell) = c_2$.

On appelle débit molaire J_m d'une espèce chimique le nombre de moles de cette espèce qui traverse une section droite de surface S , par unité de temps, dans le sens de $\vec{i}$.



1. Rappeler la loi de Fick donnant l'expression de $J_m(x)$ et vérifier l'homogénéité de la relation.
 2. En déduire le nombre de moles reçues par une tranche de cylindre comprise entre x et $x + dx$ pendant l'unité de temps, l'expression de $c(x)$ étant donnée.
 3. Combien vaut cette quantité de matière en régime permanent?
En déduire les expressions de $c(x)$ et de $J_m(x)$.
- B)** Un bécier de section d'aire S contient de l'eau sur une hauteur h_2 et du benzène sur une hauteur h_1 et on propose un modèle simplifié pour l'étude cinétique du transfert vers le benzène de l'iode contenu initialement dans l'eau.



Profil des concentrations à un instant t

A tout instant la concentration de l'iode est donnée par le graphe ci-dessus: les concentrations dans l'eau et dans le benzène, c_2 et c_1 , sont uniformes sauf dans une mince couche de diffusion, ou couche limite, d'épaisseur ℓ_2 dans l'eau et ℓ_1 dans le benzène.

Dans ces couches limites, la concentration est une fonction affine de x et l'on note c_2^* et c_1^* les concentrations dans l'eau et dans le benzène au niveau de l'interface.

On néglige la quantité d'iode contenue dans les couches limites devant celle contenue dans le reste du solvant et on néglige également le volume de ces couches devant le volume de l'eau ou celui du benzène.

Les coefficients de diffusion de l'iode dans l'eau et le benzène sont D_2 et D_1 .

1. Soient $c_1(t = 0) = 0$ et $c_2(t = 0) = c_0$. Etablir la relation entre $c_1(t)$ et $c_2(t)$.
2. En admettant que l'expression de J_m établie en A) est valable à tout instant, donner deux expressions de la quantité d'iode, $\frac{dn}{dt}$, qui passe par unité de temps de l'eau vers le benzène.
Justifier le profil des concentrations donné ci-dessus.

3. Dans toute la suite on prendra: $D = D_1 = D_2$; $\ell = \ell_2 = 10 \ell_1$; $h = h_2 = 10 h_1$.

On ne conservera que D , ℓ et h comme paramètres.

En supposant que seul le phénomène de diffusion limite la vitesse de transfert et que l'équilibre chimique est réalisé à chaque instant au niveau de l'interface, on démontre la relation: $c_1^* = K c_2^*$ où K est la constante de partage.

En déduire c_1^* et c_2^* en fonction de c_2 .

4. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $c_2(t)$.

Montrer qu'il apparait une constante de temps τ que l'on exprimera en fonction de D , ℓ , h et K .

5. Donner les expressions de $\frac{c_2}{c_0}$ et de $\frac{c_1}{c_0}$ en fonction du temps.

6. Application numérique: $D = 2 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$; $\ell = 2 \text{ mm}$; $h = 5 \text{ cm}$; $K = 500$.

a. Calculer τ .

b. Calculer $\frac{c_2(\infty)}{c_0}$ et $\frac{c_1(\infty)}{c_0}$. Commenter.

c. Calculer t_1 et t_2 tels que $\frac{c_2(t_1)}{c_0} = 0,5$ et $\frac{c_2(t_2)}{c_0} = 0,1$.

d. Donner l'allure du profil des concentrations à $t = 0$, t_1 , t_2 et $t \rightarrow \infty$.

7. On agite le bécher de sorte que le benzène soit sous forme de gouttelettes de 2 mm de diamètre dispersées dans l'eau.

Calculer la nouvelle constante de temps τ' , en supposant que toutes les autres hypothèses et données ci-dessus restent valables.

Calculer t'_2 tel que $\frac{c_2(t'_2)}{c_0} = 0,1$.

8. Quelles critiques peut-on formuler sur ce modèle de transfert de matière?