LENTILLES SPHÉRIQUES MINCES

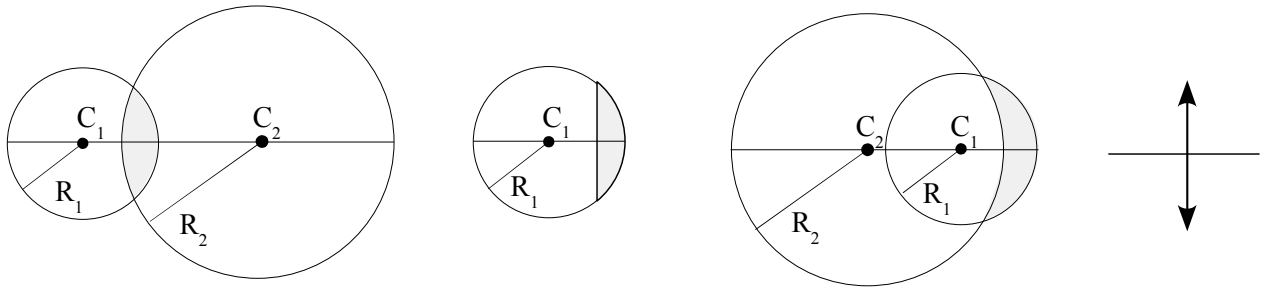
1) Définitions. Classification.

a. Lentille sphérique.

Une lentille sphérique est un milieu transparent, homogène et isotrope, limité par 2 dioptres, l'un sphérique et l'autre plan ou sphérique.
Les rayons de courbure de la lentille sont ceux des sphères limitant la lentille.
Son axe principal (ou axe optique) est la droite passant par les centres des sphères.
L'épaisseur de la lentille est la distance, comptée sur l'axe principal, entre les sommets des dioptres.
Une lentille est dite mince si son épaisseur est faible par rapport aux rayons de courbure.

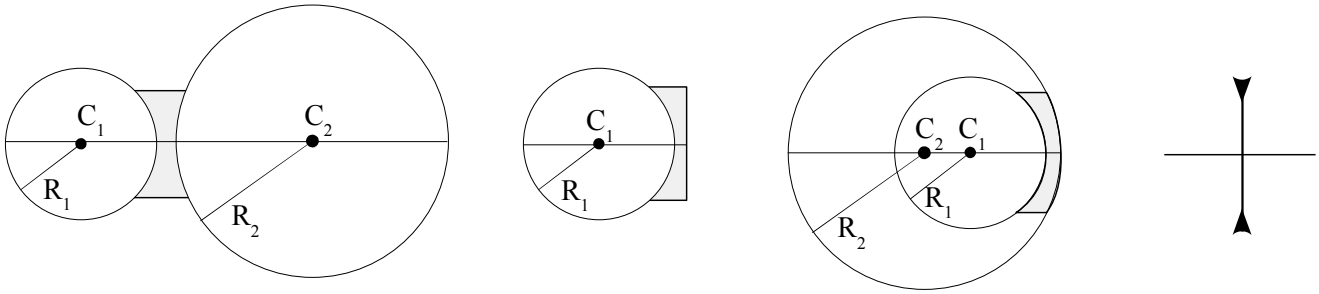
b. Différentes formes possibles.

Lentilles à bords minces



biconvexe — plan−convexe ($R_2 \to \infty$) — concave−convexe (ménisque à bords minces) — représentation

Lentilles à bords épais



biconcave — plan−concave ($R_2 \to \infty$) — concave−convexe (ménisque à bords épais) — représentation

c. Centre optique.

Le centre optique est le point de l'axe principal tel que tout rayon passant par ce point émerge parallèlement à sa direction initiale (figure 1).
On démontre que ce point est le centre de l'homothétie faisant correspondre un dioptre à l'autre.
Par exemple, pour une lentille plan-concave ou plan-convexe le centre optique est confondu avec le sommet de la face courbe (figure 2).
Dans l'approximation des lentilles minces et pour des rayons peu inclinés, on admet que le centre optique est à l'intersection du plan de la lentille et de l'axe optique (figures 3 et 4).

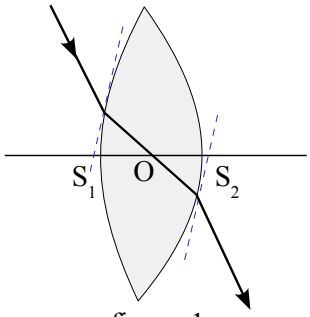


figure 1

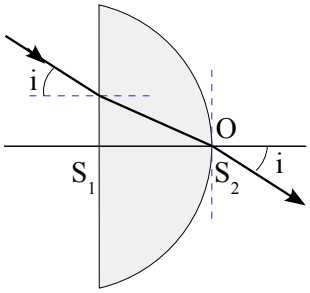


figure 2

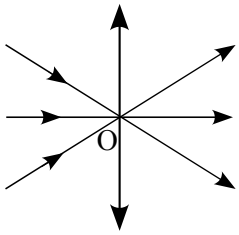


figure 3

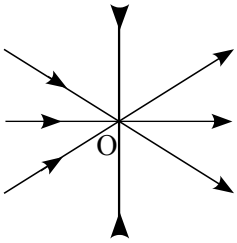
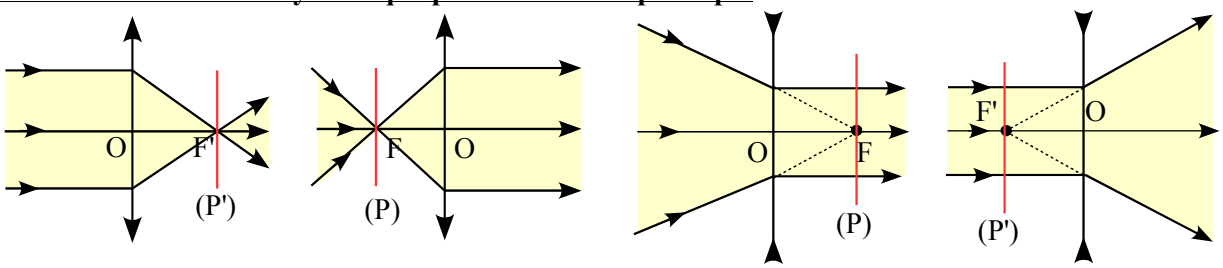


figure 4

Tout rayon passant par le centre optique n'est pas dévié.

2) Propriétés générales.

a. Action sur un faisceau cylindrique parallèle à l'axe principal.



lentille à bords minces lentille à bords épais

Une lentille à bords minces transforme un faisceau de rayons parallèles à l'axe optique en un faisceau de rayons convergeant vers le point F' de l'axe appelé **foyer principal image**.
Ces lentilles sont aussi appelées **lentilles convergentes**.
Le plan transverse (P') passant par F' est le **plan focal image**.
La **distance focale image** $f' = \overline{OF'} > 0$.

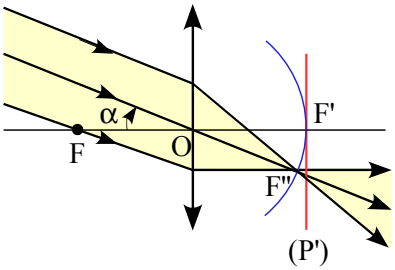
Inversement tout rayon incident passant par le **foyer principal objet** F, situé sur l'axe optique, émerge parallèlement à cet axe.
Le plan transverse (P) passant par F est le **plan focal objet** et la **distance focale objet** est $f = \overline{OF} < 0$.
Tout point appartenant à (P) (resp. (P')) est un **foyer secondaire objet** (resp. image).
Les deux foyers principaux d'une lentille mince convergente sont réels et symétriques par rapport au centre optique, les distances focales sont donc opposées: $f = -f'$.

Les lentilles à bords épais sont **divergentes** et les deux foyers sont virtuels, symétriques par rapport à O.
Les distances focales sont également opposées avec $f = \overline{OF} > 0$ et $f' = \overline{OF'} < 0$.

b. Conditions d'obtention d'images nettes.

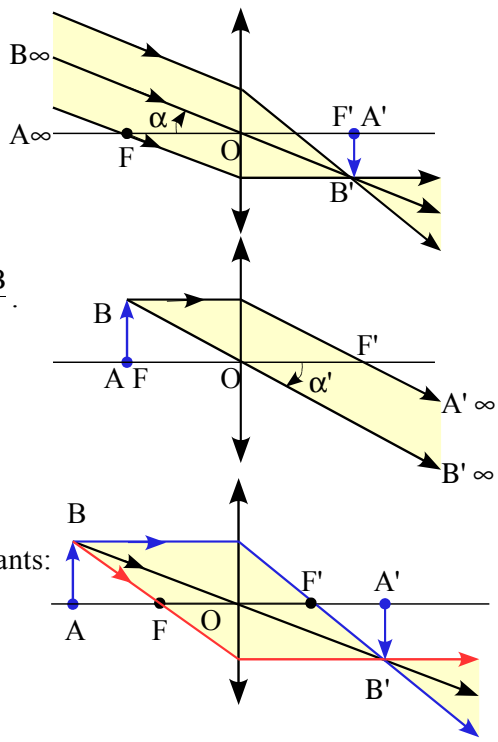
3) Construction des images.

a. Image d'un objet à l'infini et image d'un objet dans le plan focal.



Un faisceau cylindrique incliné d'un angle α par rapport à l'axe optique émerge en convergeant en un point F déduit de F' par la rotation de centre O et d'angle α.
F'' est donc sur la sphère de centre O et de rayon $OF' = f'$.
Dans les conditions de Gauss, F'' reste voisin de F' et on peut confondre la sphère avec son plan tangent en F'.
Le point F'' appartenant au plan focal image est un foyer secondaire image.
Sa position est déterminée par l'intersection du rayon incident passant par O et du plan focal image (P') ou par l'intersection du rayon incident passant par F et de (P').

L'image d'un objet à l'infini est dans le plan focal image, de dimension $A'B' = f'\tan\alpha \approx f'\alpha$.



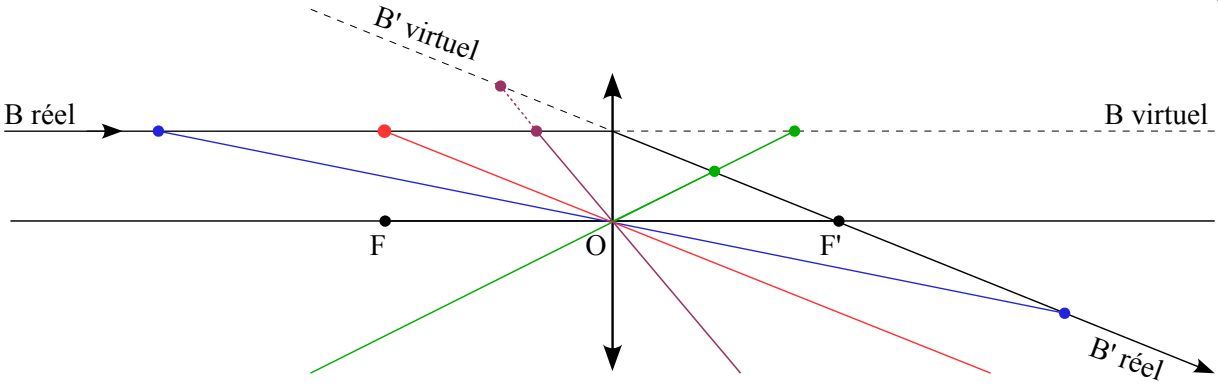
✍ Le Soleil est vu depuis la Terre sous l'angle $\alpha = 32'$.
Si $f' = 10\,\text{cm}$ alors $A'B' =$
Si $f' = 10\,\text{m}$ alors $A'B' =$

Inversement, un objet AB situé dans le plan focal objet aura une image à l'infini dans la direction α' donnée par $\tan\alpha' \approx \alpha' = \dfrac{AB}{f'}$.

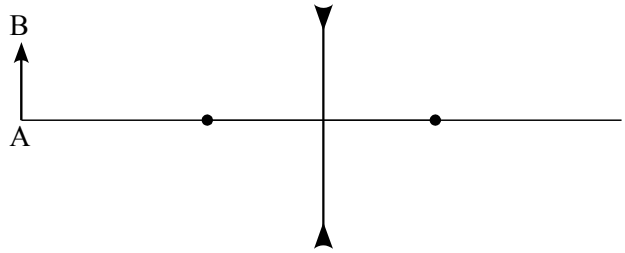
b. Image d'un objet quelconque.

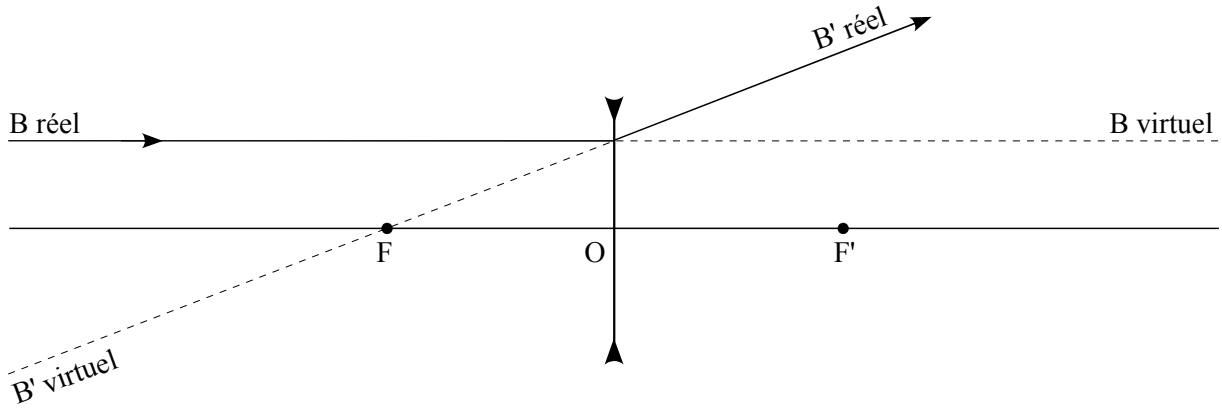
L'image d'un objet dans un plan transverse est aussi dans un plan transverse.
Donc il suffit de déterminer l'image d'un point objet hors de l'axe optique à partir de 2 rayons incidents parmi les 3 particuliers suivants:

- BO passant par le centre optique n'est pas dévié
- BI parallèle à l'axe émerge en passant par F'
- BJ passant par F émerge parallèlement à l'axe.



✍ Construire l'image d'un objet réel AB donnée par une lentille divergente.

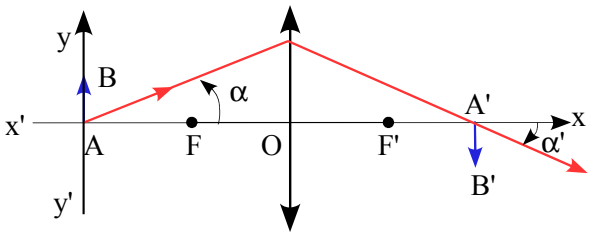




4) Relations de conjugaison et de grandissement transversal.

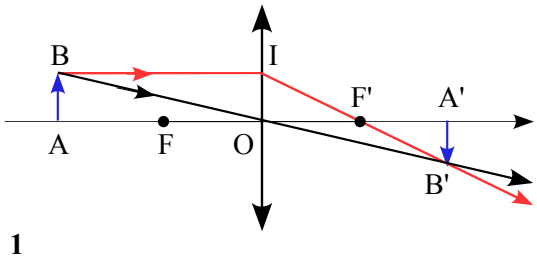
a. Conventions d'orientation.

L'axe optique est orienté dans le sens de propagation de la lumière, habituellement de la gauche vers la droite.
L'origine est le centre optique O.
Les positions de l'objet et de son image sont repérées par leurs abscisses: $x = \overline{OA}$ et $x' = \overline{OA'}$.
Les angles, comptés à partir de l'axe optique, sont orientés dans le sens trigonométrique.
Les grandeurs de l'objet et de l'image sont mesurées sur l'axe transverse y'y.



b. Relations.

Les triangles OAB et OA'B' sont semblables:
$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \Rightarrow$ grandissement transversal : $\mathbf{G_t = \frac{x'}{x}}$.
Les triangles OIF' et F'A'B' sont aussi semblables:
$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{OI}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} \Rightarrow \frac{x'}{x} = \frac{x'-f'}{-f'} = \frac{f'-x'}{f'}$.



D'où $x'f' = xf' - xx'$ ou, en divisant par $xx'f'$: $\mathbf{\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f'}}$.

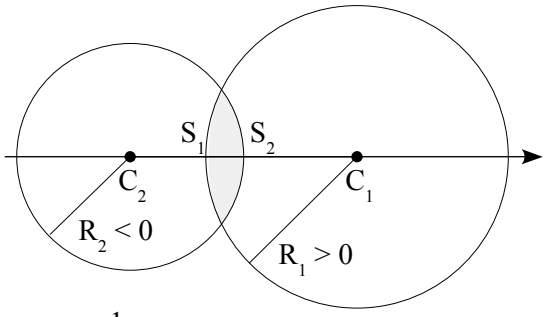
✍ Une lentille convergente de distance focale égale à 30 cm donne une image droite 3 fois plus petite que l'objet. Déterminer la nature (réelle ou virtuelle) et la position de l'objet et de l'image.

✍ Vérifier que la relation de Lagrange-Helmholtz est satisfaite.

✍ Etablir la relation de conjugaison avec origines aux foyers: F pour l'objet et F' pour son image.

5) Distance focale image et vergence d'une lentille.

On démontre que la distance focale image d'une lentille est donnée par la relation:
$\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$ avec $R_1 = \overline{S_1C_1}$ et $R_2 = \overline{S_2C_2}$.
S_1 est le sommet du premier dioptre rencontré en suivant l'axe optique dans le sens positif et n l'indice relatif du milieu constituant la lentille par rapport au milieu extérieur.
La relation donne $f' > 0$ pour une lentille convergente et $f' < 0$ pour une lentille divergente.



La vergence V d'une lentille est l'inverse de sa distance focale image: $V = \frac{1}{f'}$ et s'exprime en dioptries (δ) si f' est exprimée en mètres.
$V > 0$ pour une lentille convergente et $V < 0$ pour une lentille divergente.
La relation de conjugaison peut aussi s'écrire $\mathbf{\frac{1}{x'} - \frac{1}{x} = V}$.